

मानक विचलनम् - (Standard Deviation) (S.D)

अवर्गीकृतरूपेण वर्गीकृतरूपेण -

'विचलनम्' इति शब्दस्य अन्वयमाभिप्रायः वर्तते यत् एकस्य सङ्ग्रहस्य प्राप्ताङ्काः तत्समूहस्य औसत/मध्यमानात् किञ्चीत् दूरं भवति। अर्थात् ते मध्यमानात् कीमत् न्यूनं अधिकं वा भवति।

कोरिंग, लैंगफिल्ड तथा वेल्ड महाद्वयानुसारम् -

प्रदत्ताः

"विचलनम् मापनाः संकेतयन्ति यत् गणकाः (आंकडे) स्वमध्यमानात् किञ्चीत् दूरं यावत् प्रसरिताः सन्ति।" (विचलनम् मापनं हमें यह बताते हैं कि आंकडे अपने मध्यमान से कितनी दूर तक फैले हुए हैं।)

अव्यवस्थितक्रमेण प्राप्ताङ्कविचलनम् (S.D)

$$S.D = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

d = एकैकगणनस्य मध्यमानात् विचलनम्

N = प्रदत्तानां सङ्ख्यीनां संख्या

$\sum$ = वर्गीकृतस्य संकेतः

P.T.O.

केन्द्रीयप्रवृत्तिमापनानां मध्ये मध्यमानस्य विचलनमापनानां मध्ये अस्य च अस्ति महती योग्यता । इतः परमागतसर्वसांख्यिकसङ्केतनासु मध्यमानस्य, प्रामाणिकविचलनस्य चावश्यकतातीव वर्तते । S. D, इति σ (सिग्मा) इति चिह्नं वा सूच्यते ।

अव्यवस्थिताङ्केभ्यः प्रामाणिकविचलनस्य गणनम्

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}} \dots \dots (iii)$$

d = एकैकगणनस्य मध्यमानाद्विचलनम्

N = प्रदत्तानां राशीनां संख्या

$\sqrt{\quad}$ वर्गमूलस्य सङ्केतः ।

उदाहरणम् (5)

8, 7, 6, 7, 5, 4, 8, 5, 4 मूल्यानां प्रामाणिकविचलनम् गणयन्तु ।

समाधानम् ।

अव्यवस्थिताङ्केभ्यः प्रामाणिकविचलनगणनस्य सूत्रम् ।

$$S D = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

सूत्रे d , N विद्येते । d इत्यस्य विचलनमिर्यर्थः । विचलनं कस्य इत्युक्ते एकैकमूल्यस्य, कस्मात् इत्युक्ते मध्यमानात् इति ज्ञेयम् । अतः विचलनज्ञानाय प्रथमतया मध्यमानगणनं कार्यम् ।

तच्च $\Sigma \frac{X}{N}$ सूत्रेण गणिनीयम् ।

$$M = \frac{8+7+6+7+5+4+8+5+4}{9}$$

$$= \frac{54}{9}$$

$$9$$

$$= 6.00$$

मध्यमानादेकैकस्य गणनस्य विचलनं (d) गणिनीयम् ।

अनन्तरं प्राप्तविचलनानां वर्गं (d^2) गणिनीयम् ।

गणनानि

विचलनम्

विचलनवर्गम्

8

$$X-M = d$$

$$d^2$$

$$8-6 = +2$$

$$4$$

7

$$7-6 = +1$$

$$1$$

6

$$6-6 = 0$$

$$0$$

7

$$7-6 = +1$$

$$1$$

5

$$5-6 = -1$$

$$1$$

4

$$4-6 = -2$$

$$4$$

8

$$8-6 = +2$$

$$4$$

5

$$5-6 = -1$$

$$1$$

4

$$4-6 = -2$$

$$2$$

$$\Sigma d^2 = \underline{18}$$

$$\Sigma d^2 = 18$$

$$N = 9$$

एतयोः मूल्ययोः (iii) सूत्रे प्रतिक्षेपणे ।

$$S \cdot D = \sqrt{\frac{18}{9}}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$= 1.41.$$

गणनक्रमः ।

1. प्रदत्तानां मूल्यानां $\Sigma X/N$ सूत्राधारेण मध्यमान (M) गणनम् ।

2. मध्यमानादेकैकमूल्यस्य विचलन (d) गणनम्,
(X—M) = d सूत्राधारेण ।

3. विचलनस्य (d इत्यस्य) वर्गीकरणम् ($d \times d = d^2$)

4. प्राप्तविचलनवर्गाणां योगः (Σd^2)

5. प्राप्तानां मूल्यानां $\sqrt{\Sigma d^2 / N}$ सूत्रे प्रतिक्षेपणम् ।

$\Sigma d^2 / N$ मूल्यस्य वर्गमूलगणनं कार्यमिति ज्ञेयम् ॥

उदाहरणम् (6)

25, 40, 35, 15, 20 अङ्कानां ८ गणनीयम् ।

व्यवस्थिताङ्केभ्यः प्रामाणिकविचलनस्य गणनम् ।

व्यवस्थिताङ्केभ्यः प्रामाणिकविचलनस्य गणने विधानद्वयं
वर्धते, दीर्घलघुभेदात् ।

दीर्घविधानम् ॥

दीर्घविधाने प्रामाणिकविचलनगणनोपायोगि सूत्रम् ।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f d^2}{N}}$$

अत्र च

σ = प्रामाणिकविचलनम्,

$f d^2$ = पौनःपुन्य - विचलनवर्गयोः लब्धः,

N = प्रदत्तानामशानां संख्या ।

वर्गविस्तार	मध्यबिन्दु	आवृत्ति	आवृत्ति	($x-m$)	विवर्जन	विवर्जन	विवर्जन
C.I.	x	f	$f \cdot x$	d	$f \cdot d$	$f \cdot d^2$	
110-114	112	2	224	18.5 ✓	37.0 ✓	687.5	
105-109	107	2	214	13.5 ✓	27.0 ✓	364.5	
100-104	102	6	612	8.5 ✓	51.0 ✓	433.5	
95-99	97	6	582	3.5 ✓	21.0 ✓	73.5	
90-94	92	12	1104	-1.5 ✓	-18.0 ✓	27.0	
85-89	87	6	522	-6.5 ✓	-39.0 ✓	253.5	
80-84	82	4	328	-11.5 ✓	-46.0 ✓	529.0	
75-79	77	2	154	-16.5 ✓	-33.0 ✓	544.5	
		$N = 40$					
			$\Sigma f \cdot x = 3740$			$\Sigma f \cdot d^2 = 2949.0$	

$$M = \frac{\Sigma f \cdot x}{N} = \frac{3740}{40} = 93.5 \text{ मध्यमान}$$

$$\text{संकेतवर्गविस्तार} = d = x - m$$

$$यथा = 112 - 93.5 = 18.5 d$$

$$f \cdot d = f \cdot d = \text{संकेतवर्गविस्तार विचलन पौनःपुन्ययोः लब्धगणन}$$

$$f \cdot d \cdot d = f \cdot d^2 = \text{संकेतवर्गविस्तार वि. द. इत्येतयोः लब्धगणन / एवं प्राप्तानां } f \cdot d^2 \text{ मूलानां योगः} = \Sigma f \cdot d^2$$

$$\begin{array}{r} d^2 \\ 342.25 \\ 182.25 \\ 72.25 \\ 12.25 \\ 2.25 \\ 42.25 \\ 132.25 \\ 272.25 \\ \hline 1058 \end{array}$$

$$f \cdot d^2$$

સૂત્રાનુસાર :-

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f d^2}{N}}$$

$$\sum f d^2 = \sum f d^2 = 2909, N = 40$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2909}{40}}$$

$$= \sqrt{\frac{2910}{40}} = \sqrt{72.75}$$

$$\sigma = \sqrt{72.7}$$

$$= \underline{\underline{8.529}}$$

$$\sigma = 8.5$$

लघुविधानम् ।

लघुविधाने, * प्रामाणिकविचलनगणनोपयोगिसूत्रम् ।

$$\sigma = \frac{CI}{N} \sqrt{N \sum f d^2 - (\sum f d)^2} \dots\dots (iv)$$

अत्र च

σ = प्रामाणिकविचलनम्,

CI = वर्गविस्तारः,

N = प्रदत्तानामंशानां संख्या,

$f d^2$ † = पौनःपुन्य - विचलनवर्गयोः लब्धः,

$(f d)^2$ †† = पौनःपुन्य-विचलनयोः लब्धस्य वर्गः,

* विधानमिदं मध्यमानगणने लघुविधानसदृशं भवति । अस्मिन् विधाने च मध्यमानस्य ऊहः, तस्मात् विचलनानां ग्रहणं, शुद्धीकरणांशस्य गणनञ्च कुर्मः ।

† $f d^2 = f \times d \times d$ भवति । †† $(f d)^2 = (f^2 d^2) = f \times f \times d \times d$ भवति । तच्च fd Whole Square इति पठनीयम् ।

उदाहरणम् (१)

अधो विद्यमानस्य दत्तांशस्य प्रामाणिकविचलनं गण्यते ।

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
गणनानि	f	d	$f \times d = fd$	$fd \times d = fd^2$
40—45	3	+3	+9	9X3 = 27
35—40	4	+2	+8	8X2 = 16
30—35	4	+1	+4	4X1 = 4
25—30	7	0	0	0X0 = 0
20—25	5	-1	-5	(-5)(-1) = 5
15—20	3	-2	-6	(-6)(-2) = 12
10—15	2	-3	-6	(-6)(-3) = 18

$$N = 28$$

$$\sum fd = +4$$

$$\sum fd^2 = 82$$

$$CI = 5 \cdot 00$$

$$N = 28 \cdot 00$$

$$\sum fd^2 = 82$$

$$\sum fd = 4$$

$$\text{सूत्रम् । } \sigma = \frac{CI}{N} \sqrt{N \sum fd^2 - (\sum fd)^2}$$

एतेषां मूल्यानां सूत्रे प्रतिक्षेपणे ।

$$\sigma = \frac{5}{28} \sqrt{28 \times 82 - (4)^2}$$

$$= \frac{5}{28} \sqrt{2296 - 16}$$

$$= \frac{5}{28} \sqrt{2280}$$

$$= \frac{5}{28} \times 47 \cdot 75$$

$$= \frac{238 \cdot 75}{28}$$

$$= 8 \cdot 53$$

$$\therefore \text{प्रमाणिकविचलनम्} = 8 \cdot 53$$

गणनक्रमः ॥

1. पट्टिकायाः प्रथमश्रेण्यां वर्गविस्ताराः (CI), द्वितीयश्रेण्यां पौनःपुन्यानि (f) च लेखनीयानि ।
2. ऊहामध्यमानं निश्चिनुत¹ ।
3. तस्मात् एकैकवर्गविस्तारस्य विचलनं d (वर्गविस्तारप्रमाणयुक्तं बीजगणितीयसङ्केतसहितञ्च) गणयित्वा चतुर्थश्रेण्यां लिखत ।
4. f, d इत्येतयोः लब्धं (f d) गणयत । पञ्चमश्रेण्यां स्थापयत । तथा $\sum f d$ गणयत ।
5. f d, d इत्येतयोः लब्धं (f d²) गणयित्वा षष्ठमश्रेण्यां विलिखत । $\sum f d^2$ मूल्यं गणयत ।
6. N, CI, $\sum f d^2$ मूल्यानां (iv) सूत्रे प्रतिक्षेपणे फलति ।