बाहुलकम् (*Mode*)

दत्तांशे यः चरराशिः बहुवारं सम्भवति तत्बाहुलकं भवति। प्रदत्तानां चरराशीनां यः चरराशिः अत्यधिकावृत्तीः प्राप्नोति स बाहुलकपदेन व्यपदिश्यते। The Mode is the item in a group which occurs most frequently' इति कार्लि कोहेन, नगेल् महाशयाः[1]। अव्यवस्थितदत्तांशे सर्वमूल्यानि विभिन्नानि भवन्ति चेत्, अर्थात् नैकमपिमूल्यं पुनावृत्तं न भवति, चेत्, अत्र दत्तांशस्य बाहुलकं न विद्यते। यदि बहूनिमूल्यानि पुनरावृत्तानि यदि पुनरावृत्तानां मूल्यानां यत्मूल्यं बहुलमावृत्तीः प्राप्नोति तदेव बाहुलकं भवति। कदाचित् एकस्य दत्तांशस्य एकाधिकबाहुलकानि सम्भवेयु[2]। कदाचित् बाहुलकाभावोऽपि स्यात्[3]। बाहुलकं प्रायेण समुदायकेन्द्रस्य समीपे भवति। व्यवस्थितदत्तांशेष्वपि कासुचित् विपरीतपरिस्थितिषु एकाधिकबाहुलकसत्वं स्यात्। इदञ्च बाहुलकं M_0 चिह्नेन सूच्यते।

इदञ्च बाहुलकं परिष्कृतापरिष्कृत (Crude and True) भेदेन द्विधा। परिष्कृतबाहुलकस्यैव अनुभवात्मक (Empirical Mode) बाहुलकम् इति नामान्तरं विद्यते।

अव्यवस्थिताङ्केभ्यो बाहुलकस्य गणनम्।

प्रदत्तानां मूल्यानां मध्ये यत्मूल्यं अधिकमावृत्तीः प्राप्नोति तदेव बाहुलकं भवति।

उदाहरणम् (21)

10, 8, 9, 9, 7, 11, 10, 12, 10, 10 क्रेम्यां 10 अङ्कः चतुर्वारं, 9 अङ्कः द्विवारं, इतरेऽङ्काः एकैकवारञ्च आवर्त्यन्ते अतः 10 अत्र बाहुलकं भवति।

$\therefore M_0 = 10.00$

उदाहरणम् (22)

26, 27, 26, 26, 24, 18, 21, 23, 22, 24, 25, 20, 18, 24 एतेषां गणनानां बाहुलकं किम् ?

समाधानम्।

अत्र 26 गणनं त्रिवारं, 24 गणनं त्रिवारं, 18 गणनं द्विवारं, इतराणि एकैकवारञ्च आवृत्तीः प्राप्नुवन्ति। अतः 26, 24 उभेऽपि बाहुलके भवतः।

$M_0 =$ 26 तथा 24 च।

Scanned with CamSc

उदाहरणम् (23)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

एतेषां मूल्यानां बाहुलकं किम् ?

समाधानम् ।

अत्र सर्वाणि मूल्यानि समेनावृत्तानि । एकैकं मूल्यं एकैकमावृत्तिं लेभे । अतः तस्य समुदायस्य बाहुलकं नास्तीति वक्तव्यम् ।

व्यवस्थिताङ्केभ्योऽपरिष्कृतबाहुलकस्य गणनम् ।

आवृत्तिवितरणपट्टिकायां यस्य वर्गविस्तारस्य पौनःपुन्यमधिकतमं भवति तस्य मध्यबिन्दुः अपरिष्कृतबाहुलकत्वेन गृह्यते । तस्य वर्गविस्तारस्य बाहुलकवर्गविस्तरः (Modal Class) इति नाम ।

उदाहरणम् (24)

(48) पटे विद्यमानस्य (4) उदाहरणस्य बाहुलकं गण्यते।

अत्र 42 अधिकतमपौनःपुन्यं भवति । अतः तद्युक्तवर्गविस्तरः, 66 - 68 बाहुलकवर्गविस्तारः भवति । तस्य मध्यबिन्दुः बाहुलकमिति ज्ञेयम् ।

$$M_0 = \frac{66+68}{2}$$

$$= 67.00$$

Scanned with CamSc

परिष्कृतबाहुलकगणनम्

परिष्कृतबाहुलकगण्नोपयोगि सूत्रम्

$$M_0 = l + \left(\frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_2}\right)^{\dagger} CI \ldots\ldots\ldots vii$$

अत्र च

M_0 = बाहुलकम्

l = बाहुलकवर्गविस्तारस्य निजनिम्नसीमा [यस्य वर्ग-विस्तारस्य पौनःपुन्यमधिकतमं भवति स एव बाहुलकवर्गविस्तार इति ज्ञेयः]

f_0 = बाहुलकवर्गपौनःपुन्यम्

f_1 = बाहुलकवर्गापेक्षं पूर्ववर्गपौनःपुन्यम्

f_2 = बाहुलकवर्गापेक्षं परवर्गपौनःपुन्यम्

CI = वर्गविस्तारः

Scanned with CamSc

उदाहरणम् । (25)

(18) पुटे विद्यमानस्य (1) उदाहरणस्य बाहुलकगणनम् ।

वर्गविस्तारः		पौनःपुन्यम्	
CI		f	
60—62		5	
63—65		18 f_1	
66—68	f_0	42	बाहुलकवर्गविस्तारः
69—71		27 f_2	
72—74		8	
		$N = 100$	

समाधानम् ।

व्यवस्थिताङ्केभ्यो बाहुलकगणनोपयोगि सूत्रम्

$$M_0 = l + \left(\frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_2}\right) CI$$

$l = 65.50$; बाहुलकवर्गविस्तारस्य निजनिम्नसीमा । (यस्य वर्गविस्तारस्य पौनःपुन्यमधिकतमं भवति सः बाहुलकवर्गविस्तार इति ज्ञेयः)

$f_0 = 42.00$; बाहुलकवर्गविस्तारस्य पौनःपुन्यम्

Scanned with CamSc

$f_1 = 18.00$; बाहुलकवर्गविस्तारापेक्षं पूर्वतनवर्गविस्तारस्य पौनःपुन्यम्

$f_2 = 27.00$; बाहुलकवर्गविस्तरापेक्षं परवर्गविस्तारस्य पौनःपुन्यम् ।

$CI = 3$; वर्गविस्तारः

एतेषां मूल्यानां सूत्रे प्रतिक्षेपणे

$$M_0 = 65.50 + \left(\frac{42-18}{2\times42-18-27}\right)\frac{3}{1}$$

$$= 65.50 + \left(\frac{24}{84-18-27}\right)\frac{3}{1}$$

$$= 65.50 + \frac{24}{39}\times\frac{3}{1}$$

$$= 65.50 + \frac{72}{39}$$

$$= 65.50 + 1.85$$

$$= 67.35$$

बाहुलकम् = 67.35 ‡

Scanned with CamSc

विविधकेन्द्रीयप्रवृत्तिमापनानां गुणदोषाः ॥

1. मध्यमानम् —

गुणाः—

i) गणनं सुलभम्

ii) सर्वत्र व्यवहारेऽस्ति। सुलभग्रह्यताऽस्य विशेषः।

iii) एकैकस्य मूल्यस्य ज्ञानं विनाऽपि, तेषां योग-संख्या ज्ञानेन गणितुं शक्यम्।

iv) समुदायानां, व्यक्तीनां च तुलने प्रामाणिकं मापनं भवति।

v) अङ्कगणितीय, बीजगणतीयविधीनामानुकूल्यं भजते। अतः गणितदृष्ट्या शुद्धं भवति।

vi) अस्य गणने समुदायस्थानां सर्वेषां गणनानां समप्राधान्यमस्ति। अतः समुदायस्य युक्तप्रतिनिधिः भवति।

vii) आदर्शमध्यमं भवति। अतः संख्याशास्त्रेऽस्य प्रमुखं स्थानमस्ति।

दोषाः—

i) समुदायस्थितसर्वाङ्कानां समप्राधान्यात् आत्यन्तिकाङ्कैः अस्य मूल्यं प्रभावितं भवति। कदाचित् समुदायस्य अनुरूपप्रतिनिधिः न भवेत्[1]। तत्र च युक्तव्याख्यादयः न सिध्येयुः।

Scanned with CamSc

ii) समुदायस्थितानां सर्वेषां मूल्यानां ज्ञानाभावेऽस्य गणनमसम्भवि ।

iii) केषुचित् सन्दर्भेषु परिशीलनेनैव मध्यमाङ्कबाहुलकगणनं साध्यम् । मध्यमानस्य तु न तथा ।

iv) स्वीकृतानां मूल्यानां मध्ये मध्यमानमेकं मूल्यं न स्यात् ।

मध्यमाङ्कम् ।

गुणाः —

i] आत्यन्तिकमूल्यानां प्रभावः अस्य मूल्यस्योपरि नास्ति । अतः केषुचित्सन्दर्भेषु मध्यमानापेक्षं योग्यं मानं भवति ।

उदाहरणम् (26)

0, 50, 60, 70, 80 अङ्कानां मध्यमानं = 52.00 भवति ।

मध्यमाङ्कं = 60.00

अत्र 0,80 अङ्कयोरभावेऽपि $Md =$ 60.00 एव । 0,80 अङ्कयोरभावे $M =$ 60.00 ।

उभयत्र मध्यमाङ्कं समानं, मध्यमानन्तु भिन्नं भवति ।

अतः एतादृशसन्दर्भेषु मध्यमाङ्कं मध्यमानापेक्षं योग्यः प्रतिनिधिः भवति ।

Scanned with CamSc

ii] दत्तांशस्य आद्यन्तमूल्यानां ज्ञानाभावेऽपि अस्य गणनं साध्यम् ।

iii] सुलभगणनम्, सुलभग्राह्यता च ।

दोषाः —

i] अस्य गणने दत्तांशस्य आत्यन्तिकमूल्यानां प्राधान्यं नास्ति ।

ii] बीजगणितीयविधीनामानुकूल्यं न भजते ।

iii] अस्य गणने प्रथमतः मूल्यानि आरोहणक्रमेण अवरोहणक्रमेण वा लेखनीयानि । यत्र दत्तांशाः अधिकाः तत्र आरोहण अथवा अवरोहणक्रमलेखनं क्लिष्टं भवति ।

बाहुलकम् ।

गुणाः—

i] अस्य गणनं सुलभम् । प्रायेण मूल्यानां परिशीलनेनैव अस्य गणनं साध्यम् ।

ii) समुदायस्थानां केषाञ्चनमूल्यानां ज्ञानभावेऽपि अस्य गणनं साध्यम् ।

दोषाः —

i] अस्य गणने दत्तांशस्थितसर्वमूल्यानां समप्राधान्यं नास्ति ।

ii] बीजगणितीयविधीनामानुकूल्यं नास्ति ।

Scanned with CamSc

iii] बाहुलकाधारेण व्याख्यादयः न करणीयाः । यतः कदाचिदेकाधिकबाहुलकान्यपि एकस्यैव समुदायस्य भवेयुः ।

विविधकेन्द्रीयप्रवृत्तिमापनानां उचितोपयोगः ।

कथ्यमानम् ....

1. यत्र प्रमाणिकं केन्द्रीयप्रवृत्तिमापन मिष्यते ।
2. यत्र प्रमाणिकविचलनसहसम्बन्धादि सांख्यकप्रक्रियाणां गणनमावश्यकम् ।
3. यत्र समुदायस्थानां सर्वमूल्यानां प्रधान्ययुक्तं केन्द्रीयप्रवृत्तिमापन मावश्यकम् ।

कथ्यमाङ्कम् ।

1. विभाजनस्य (distribution) निर्दिष्टमध्यबिन्दुः यत्रावश्यकः
2. क्षिप्रं, लघवेन च यत्र केन्द्रीयप्रवृत्तिमापनगणनमावश्यकम् ।
3. यत्र दत्ताशे आद्यन्तमूल्यनां प्रभावोऽधिकः ।
4. यत्र आवृत्तिवितरणपट्टिकायाः अत्यवर्गविस्तराः असम्पूर्णाः ।

बाहूलकम्—

1. अत्यन्तलाक्षणिकं मूल्यगणनमायगावश्यकम् ।
2. यत्र क्षिप्रं केन्द्रीयप्रवृत्तिमानगणनमावश्यम् ।

Scanned with CamSc